

**BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO  
ĐỀ MINH HOẠ**

**ĐỀ KIỂM TRA CUỐI KỲ II NĂM HỌC 2020 – 2021  
MÔN TOÁN, Lớp 11**

*Thời gian làm bài: 90 phút, không tính thời gian phát đề*

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm, mỗi câu 0,2 điểm)**

**Câu 1:** Cho hai dãy  $(u_n)$  và  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 2$  và  $\lim v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim(u_n + v_n)$  bằng

- A. 5.                                      B. 6.                                      C. -1.                                      D. 1.

**Câu 2:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{2n+1}$  bằng

- A. 0.                                      B.  $\frac{1}{2}$ .                                      C. 1.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 3:**  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$  bằng

- A. 0.                                      B.  $\frac{1}{3}$ .                                      C. 1.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 4:**  $\lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 1)$  bằng

- A. 3.                                      B. -1.                                      C. 1.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 5:**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (2x + 3)$  bằng

- A.  $+\infty$ .                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D.  $-\infty$ .

**Câu 6:** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đồ thị  $(C)$  và đạo hàm  $f'(2) = 6$ . Hệ số góc của tiếp tuyến của  $(C)$  tại điểm  $M(2; f(2))$  bằng

- A. 6.                                      B. 3.                                      C. 2.                                      D. 12.

**Câu 7:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^2$  tại điểm  $x = 3$  bằng

- A. 6.                                      B. 12.                                      C. 3.                                      D. 9.

**Câu 8:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^2 + x$  là

- A.  $2x + 1$ .                                      B.  $2x$ .                                      C.  $2x^2 + 1$ .                                      D.  $2x^2 + x$ .

**Câu 9:** Đạo hàm của hàm số  $y = x^3 - 2x$  là

- A.  $3x^2 - 2$ .                                      B.  $3x^2$ .                                      C.  $3x^3 - 2$ .                                      D.  $2x^2 - 2$ .

**Câu 10:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có  $f'(1) = 2$  và  $g'(1) = 3$ . Đạo hàm của hàm số  $f(x) + g(x)$  tại điểm  $x = 1$  bằng

- A. 5.                                      B. 6.                                      C. 1.                                      D. -1.

**Câu 11:** Cho hai hàm số  $f(x)$  và  $g(x)$  có  $f'(1) = 3$  và  $g'(1) = 1$ . Đạo hàm của hàm số  $f(x) - g(x)$  tại điểm  $x = 1$  bằng

- A. 2.                                      B. 3.                                      C. 4.                                      D. -2.

**Câu 12:** Cho hàm số  $f(x)$  có đạo hàm  $f'(x) = 2x + 4$  với mọi  $x \in \mathbb{R}$ . Hàm số  $2f(x)$  có đạo hàm là

- A.  $4x + 8$ .                                      B.  $4x + 4$ .                                      C.  $x + 2$ .                                      D.  $2x + 6$ .

**Câu 13:** Đạo hàm của hàm số  $y = \cos x$  là

- A.  $-\sin x$ .                                      B.  $\sin x$ .                                      C.  $-\cos x$ .                                      D.  $\cos x$ .

**Câu 14:**  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$  bằng

- A. 1.                                      B. -1.                                      C. 0.                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 15:** Đạo hàm của hàm số  $y = x + \sin x$  là

- A.  $1 + \cos x$ .                                      B.  $1 - \cos x$ .                                      C.  $\cos x$ .                                      D.  $-\cos x$ .

**Câu 16:** Trong không gian, cho hình bình hành  $ABCD$ . Vectơ  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$  bằng

- A.  $\overrightarrow{AC}$                                       B.  $\overrightarrow{BC}$ .                                      C.  $\overrightarrow{BD}$                                       D.  $\overrightarrow{CA}$ .

**Câu 17:** Trong không gian, với  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  là ba vectơ bất kỳ, mệnh đề nào dưới đây đúng ?

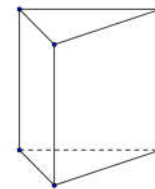
- A.  $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$ .                                      B.  $\vec{a}(\vec{b} - \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{a}\vec{c}$ .  
 C.  $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} - \vec{a}\vec{c}$ .                                      D.  $\vec{a}(\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{c}$ .

**Câu 18:** Trong không gian cho điểm  $A$  và mặt phẳng  $(P)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A. Có đúng một đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ .  
 B. Có đúng hai đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ .  
 C. Có vô số đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ .  
 D. Không tồn tại đường thẳng đi qua  $A$  và vuông góc với  $(P)$ .

**Câu 19:** Hình lăng trụ đứng tam giác có bao nhiêu mặt là hình chữ nhật ?

- A. 3.                                      B. 1.  
 C. 5.                                      D. 2.



**Câu 20:** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$  có cạnh bằng  $a$ . Khoảng cách từ  $A'$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.  $a$ .                                      B.  $2a$ .                                      C.  $3a$ .                                      D.  $\frac{a}{2}$ .

**Câu 21:** Cho  $(u_n)$  là cấp số nhân với  $u_1 = 3$  và công bội  $q = \frac{1}{2}$ . Gọi  $S_n$  là tổng của  $n$  số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho. Ta có  $\lim S_n$  bằng

- A. 6.                                      B.  $\frac{3}{2}$ .                                      C. 3.                                      D.  $\frac{1}{2}$ .

**Câu 22:** Giá trị thực của tham số  $m$  để hàm số  $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } x \geq 2 \\ m & \text{khi } x < 2 \end{cases}$  liên tục tại  $x = 2$  bằng

- A. 5.                                      B. 2.                                      C. 3.                                      D. 1.

**Câu 23:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số  $y = x^3 - 2x^2$  tại điểm  $M(1; -1)$  có hệ số góc bằng

- A. -1.                                      B. 1.                                      C. 7.                                      D. 5.

**Câu 24:** Đạo hàm của hàm số  $y = (2x + 1)^2$  là

- A.  $y' = 8x + 4$ .                                      B.  $y' = 2x + 1$ .                                      C.  $y' = 4x + 2$ .                                      D.  $y = 4x + 1$ .

**Câu 25:** Đạo hàm của hàm số  $y = 3x^2 + \sqrt{x}$  là

- A.  $6x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .                                      B.  $6x - \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .                                      C.  $3x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ .                                      D.  $6x + \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Câu 26:** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan(2x + 1)$  là

- A.  $\frac{2}{\cos^2(2x + 1)}$ .                                      B.  $-\frac{2}{\cos^2(2x + 1)}$ .                                      C.  $\frac{1}{\cos^2(2x + 1)}$ .                                      D.  $\frac{2}{\sin^2(2x + 1)}$ .

**Câu 27:** Đạo hàm của hàm số  $y = x \sin x$  là

- A.  $\sin x + x \cos x$ .      B.  $\sin x - x \cos x$ .      C.  $\sin x + \cos x$ .      D.  $\cos x + x \sin x$ .

**Câu 28:** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin 2x$  là

- A.  $2 \cos 2x$ .      B.  $-2 \cos 2x$ .      C.  $\cos 2x$ .      D.  $-\cos 2x$ .

**Câu 29:** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^3 + 2x$  là

- A.  $6x$ .      B.  $6x + 2$ .      C.  $3x$ .      D.  $3x + 2$ .

**Câu 30:** Cho hàm số  $f(x) = (x+1)^3$ . Giá trị của  $f''(1)$  bằng

- A. 12.      B. 6.      C. 24.      D. 4.

**Câu 31:** Trong không gian cho hai vectơ  $\vec{u}, \vec{v}$  tạo với nhau một góc  $60^\circ$ ,  $|\vec{u}| = 2$  và  $|\vec{v}| = 3$ . Tích vô hướng  $\vec{u} \cdot \vec{v}$  bằng

- A. 3.      B. 6.      C. 2.      D.  $3\sqrt{3}$ .

**Câu 32:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $ABCD$  là hình chữ nhật và  $SA \perp (ABCD)$ . Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

- A.  $AB \perp (SAD)$ .      B.  $BC \perp (SAD)$ .      C.  $AC \perp (SAD)$ .      D.  $BD \perp (SAD)$ .

**Câu 33:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = a$ . Góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.  $45^\circ$ .      B.  $90^\circ$ .      C.  $30^\circ$ .      D.  $60^\circ$ .

**Câu 34:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA$  vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng  $(ABCD)$  vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây ?

- A.  $(SAC)$ .      B.  $(SBD)$ .      C.  $(SCD)$ .      D.  $(SBC)$ .

**Câu 35:** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình chữ nhật,  $SA \perp (ABCD)$ ,  $AB = a$  và  $SB = \sqrt{2}a$ . Khoảng cách từ điểm  $S$  đến mặt phẳng  $(ABCD)$  bằng

- A.  $a$ .      B.  $\sqrt{2}a$ .      C.  $2a$ .      D.  $\sqrt{3}a$ .

## B. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

**Câu 1:** (1,0 điểm) Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  với  $a, b, c \in \mathbb{R}$ . Hãy xác định các số  $a, b, c$  biết rằng  $f'\left(\frac{1}{3}\right) = 0$  và đồ thị của hàm số  $y = f(x)$  đi qua các điểm  $(-1; -3)$  và  $(1; -1)$ .

**Câu 2:** (1,0 điểm) Cho hình chóp đều  $S.ABCD$  có cạnh đáy bằng  $a$ , góc giữa cạnh bên và mặt phẳng đáy bằng  $60^\circ$ . Tính độ dài đường cao của hình chóp đã cho.

**Câu 3:**

a) (0,5 điểm) Giả sử hai hàm số  $y = f(x)$  và  $y = f(x+1)$  đều liên tục trên đoạn  $[0; 2]$  và  $f(0) = f(2)$ . Chứng minh phương trình  $f(x) - f(x+1) = 0$  luôn có nghiệm thuộc đoạn  $[0; 1]$ .

b) (0,5 điểm) Cho hàm số  $y = \frac{x+2}{x+1}$  có đồ thị  $(C)$ . Tìm điểm  $M$  thuộc  $(C)$  sao cho tiếp tuyến của  $(C)$  tại  $M$  tạo với hai trục tọa độ một tam giác vuông cân.

----- HẾT -----

**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm, mỗi câu 0,2 điểm)**

**Câu 1.** Cho dãy số  $(u_n)$  thỏa mãn  $\lim u_n = 1$ . Giá trị của  $\lim(3 - u_n)$  bằng

- A. 1                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D. -1.

**Câu 2.** Trong các dãy số sau, có bao nhiêu dãy số có giới hạn là  $+\infty$  ?

$$u_n = (1 + \cos 1)^n ; v_n = (1 - \cos 1)^n ; a_n = \left(\frac{-3}{4}\right)^n ; b_n = 2^n .$$

- A. 2.                                      B. 0.                                      C. 1.                                      D. 3.

**Câu 3.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^{2021}$  bằng

- A.  $-\infty$ .                                      B.  $+\infty$ .                                      C. 0.                                      D. 1.

**Câu 4.** Hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & \text{khi } x > 1 \\ x^2 - x & \text{khi } x < -2 \end{cases}$  gián đoạn tại điểm nào dưới đây ?

- A. -3                                      B. 2.                                      C. 0.                                      D. 5.

**Câu 5.** Hàm số  $f(x) = \frac{x^3}{(x-1)(x-3)(x-5)}$  liên tục trên khoảng nào dưới đây ?

- A.  $(4; +\infty)$ .                                      B.  $(0; 2)$ .                                      C.  $(2; 4)$ .                                      D.  $(4; 5)$ .

**Câu 6.** Số thập phân vô hạn tuần hoàn  $0,131313\dots$  được biểu diễn dưới dạng phân số là:

- A.  $\frac{13}{99}$ .                                      B.  $\frac{131}{999}$ .                                      C.  $\frac{1}{9}$ .                                      D.  $\frac{31}{99}$ .

**Câu 7.** Cho hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[0; 5]$  sao cho  $f(0) = -1$  và  $f(5) = 1$ . Xét các mệnh đề sau:

- I. Tồn tại  $c \in (0; 5)$  sao cho  $f(c) = -0,2$ .  
 II. Phương trình  $f(x) = 0$  có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng  $(0; 5)$ .  
 III. Giá trị lớn nhất của hàm số  $f(x)$  trên đoạn  $[0; 5]$  là 1.

Số mệnh đề đúng là

- A. 1.                                      B. 0.                                      C. 3.                                      D. 2.

**Câu 8.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại  $x_0$  là  $f'(x_0)$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$ .                                      B.  $f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x + x_0) - f(x_0)}{x - x_0}$ .  
 C.  $f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$ .                                      D.  $f'(x_0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$ .

**Câu 9.** Một chuyển động thẳng xác định bởi phương trình  $s = t^3 - 3t^2 + 5t + 2$ , trong đó t tính bằng giây và s tính bằng mét. Xác định công thức tính vận tốc của chuyển động đó.

- A.  $v = 6t - 6$ .                                      B.  $v = 3t^2 - 6t$ .                                      C.  $v = 3t^2 - 6t + 5$ .                                      D.  $v = 6$ .

**Câu 10.** Đạo hàm của hàm số  $y = x^{2021}$  là

- A.  $2021x^{2020}$ .                      B.  $2021x^{2021}$ .                      C.  $x^{2021}$ .                      D.  $2021x^{2022}$ .

**Câu 11.** Hàm số nào sau đây có đạo hàm là  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$  ?

- A.  $f(x) = \sqrt{x}$ .                      B.  $g(x) = x^2$ .                      C.  $h(x) = 4$ .                      D.  $t(x) = \frac{1}{x}$ .

**Câu 12.** Cho  $u = u(x), v = v(x)$  là các hàm số có đạo hàm tại điểm  $x$  thuộc khoảng xác định. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A.  $(2u + 3v)' = 2u' + 3v'$ .                      B.  $(2u - 3v)' = 2u' - 3v'$ .  
 C.  $(2u - v)' = -v'$ .                      D.  $(v - 2u)' = v' - 2u'$ .

**Câu 13.** Cho  $u = u(x), v = v(x)$  là các hàm số có đạo hàm tại điểm  $x$  thuộc khoảng xác định và  $v(x) \neq 0$ . Xét các mệnh đề sau

I.  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$ .

II.  $(uv)' = u'v + uv'$ .

III.  $\left(\frac{1}{v}\right)' = \frac{v'}{v^2}$ .

Số mệnh đề **đúng** là

- A. 2.                      B. 0.                      C. 1.                      D. 3.

**Câu 14.** Cho các hàm số  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = x^2$  và  $h(x) = \sin x$ . Xét các mệnh đề sau:

- I.  $f(g(x)) = 2x^2 + 1$ .  
 II.  $g(h(x)) = \sin(x^2)$ .  
 III.  $g(f(x)) = (2x + 1)^2$ .  
 IV.  $h(g(x)) = \sin^2 x$ .

Số mệnh đề **sai** là

- A. 0.                      B. 1.                      C. 3.                      D. 2.

**Câu 15.** Cho hàm số  $u = u(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x$  thuộc khoảng xác định và  $u(x) \neq 0$ .

Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau

- A.  $(u^2)' = 2u.u'$ .                      B.  $(u^3)' = 3u^2$ .                      C.  $\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$ .                      D.  $\left(\frac{1}{3}u^3\right)' = u^2.u'$ .

**Câu 16.** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = 4x^3 - 2x^2 + 1$ .

- A.  $y' = 12x^2 - 4x$ .                      B.  $y' = 12x^2$ .                      C.  $y' = 12x^2 - 2x$ .                      D.  $12x^2 - 4x + 1$ .

**Câu 17.** Tìm đạo hàm của hàm số  $y = (2x + 1)(\sqrt{x} - 1)$ .

- A.  $y' = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1$ .                      B.  $y' = 3\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 2$ .  
 C.  $y' = 2\sqrt{x} + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 1$ .                      D.  $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .

**Câu 18.** Tìm  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sin t}{t}$ .

- A. 1.                                      B. 0.                                      C.  $+\infty$ .                                      D.  $-1$ .

**Câu 19.** Tìm  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 + \Delta x) - \sin 1}{\Delta x}$

- A.  $-\cos 1$ .                                      B. 0.                                      C.  $\cos 1$ .                                      D.  $+\infty$ .

**Câu 20.** Tìm đạo hàm của  $y = \tan(u^2)$ , với  $u = u(x)$ .

- A.  $y' = \frac{2u \cdot u'}{\cos^2 u^2}$ .                                      B.  $y' = \frac{2u \cdot u'}{\cos^2 u}$ .                                      C.  $y' = \frac{1}{\cos^2 u^2}$ .                                      D.  $y' = \frac{-2u \cdot u'}{\sin^2 u^2}$ .

**Câu 21.** Tìm  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$ .

- A.  $\frac{2}{3}$ .                                      B. 1.                                      C. 0.                                      D.  $\frac{3}{2}$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = \cos(x^2 + x)$ . Biết rằng  $f'(x) = (ax + b)\sin(x^2 + x)$ , với  $a, b \in \mathbb{R}$ . Tìm giá trị của  $a + b$ .

- A.  $-3$ .                                      B. 3.                                      C. 1.                                      D.  $-1$ .

**Câu 23.** Tìm đạo hàm của hàm số  $g(x) = \sin 2x + \cot x$ .

- A.  $g'(x) = \cos 2x - \frac{1}{\sin^2 x}$ .                                      B.  $g'(x) = 2 \cos 2x - \frac{1}{\sin^2 x}$ .  
 C.  $g'(x) = 2 \cos 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ .                                      D.  $g'(x) = \cos 2x + \frac{1}{\sin^2 x}$ .

**Câu 24.** Cho bảng sau

Hàm số $f(x)$	Đạo hàm cấp hai của hàm số $f(x)$
1) $x^3$ .	A) 0.
2) $\frac{1}{x^2}$ .	B) $6x$ .
3) $\cos^2 x$ .	C) $2 \cos 2x$ .
4) $\sin^2 x$ .	D) $-2 \cos 2x$ .
	E) $\frac{6}{x^4}$ .
	F) $\frac{-6}{x^4}$ .

Hãy ghép các hàm số ở cột một với các đạo hàm cấp hai tương ứng của chúng ở cột hai.

- A.  $1B - 2F - 3C - 4D$ .      B.  $1B - 2E - 3C - 4D$ .      C.  $1A - 2F - 3D - 4C$ .      D.  $1B - 2E - 3D - 4C$ .

**Câu 25.** Chuyển động của một chất điểm có phương trình  $d = f(t) = \frac{1}{3}t^3 - t^2 + t$ ,  $d$  tính bằng mét ( $m$ )

và  $t$  tính bằng giây ( $s$ ). Sau khi chuyển động hơn một giây, tính gia tốc của chất điểm (đơn vị:  $m/s^2$ ) khi vận tốc của nó đạt  $1 (m/s)$ .

- A.  $-2$ .                                      B. 2.                                      C. 1.                                      D. 0.

**Câu 26.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi tập hợp  $S = \{\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}, \overline{A'A}, \overline{A'C}\}$ . Có bao nhiêu cách chọn một vectơ từ tập hợp  $S$  sao cho vectơ đó cùng với hai vectơ  $\overline{A'B'}, \overline{A'D'}$  tạo thành 3 vectơ đồng phẳng?

- A. 3.    B. 5.    C. 4.    D. 2.

**Câu 27.** Cho  $\vec{u}, \vec{v}$  lần lượt là các vectơ chỉ phương của hai đường thẳng  $a, b$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai đường thẳng  $a, b$ . Xét các mệnh đề sau:

- I.  $\alpha = (\vec{u}, \vec{v})$ .  
 II. Nếu  $(\vec{u}, \vec{v}) = 120^\circ$  thì  $\alpha = 60^\circ$ .  
 III.  $\cos \alpha = \cos(\vec{u}, \vec{v})$ .

Số mệnh đề **đúng** là:

- A. 1.    B. 0.    C. 2.    D. 3.

**Câu 28.** Cho hình tứ diện  $ABCD$  có số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB, CD$  là  $30^\circ$ . Gọi hai điểm  $M, N$  lần lượt thuộc các cạnh  $BC$  và  $BD$  sao cho  $\frac{MB}{MC} = \frac{NB}{ND} = \frac{1}{3}$ . Tính số đo góc giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $MN$ .

- A.  $90^\circ$ .    B.  $45^\circ$ .    C.  $30^\circ$ .    D.  $60^\circ$ .

**Câu 29.** Cho các mệnh đề sau:

- I. Nếu mặt phẳng  $(P)$  đi qua trung điểm của đoạn thẳng  $AB$  ( $AB$  không chứa trong  $(P)$ ) thì  $(P)$  được gọi là mặt trung trực của đoạn thẳng  $AB$ .  
 II. Nếu  $(P)$  là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng  $AB$  thì mọi điểm thuộc  $(P)$  đều cách đều hai điểm  $A, B$ .  
 III. Nếu đường thẳng  $a$  (không chứa trong mp  $(P)$ ) vuông góc với hai đường thẳng  $b, c$  phân biệt chứa trong  $(P)$  thì  $a$  vuông góc với  $(P)$ .

Số mệnh đề **sai** là:

- A. 2.    B. 1.    C. 0.    D. 3.

**Câu 30.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ ;  $D$  là trung điểm của cạnh  $AB$ . Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau:

- A.  $BC \perp (DA'B')$ .    B.  $A'B' \perp (BCC'B')$ .    C.  $AA' \perp (DB'C')$ .    D.  $A'B' \perp (CDC')$ .

**Câu 31.** Cho tứ diện đều  $ABCD$ ; gọi  $E, F$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $DA, DC$ ,  $G$  là trọng tâm của tam giác  $BCD$ . Gọi tập hợp  $S$  gồm các đường thẳng  $AD, AF$  và  $GE$ . Có bao nhiêu đường thẳng từ tập hợp  $S$  vuông góc với đường thẳng  $BC$ ?

- A. 0.    B. 2.    C. 1.    D. 3.

**Câu 32.** Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau?

- A. Nếu  $(P) \perp (Q)$  và  $a \subset (P)$  thì  $a \perp b$ ,  $b$  là đường thẳng bất kì chứa trong  $(Q)$ .  
 B. Nếu  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(P)$  và  $(Q)$  thì  $0^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ .  
 C. Hình hộp chữ nhật là hình lăng trụ đứng.  
 D. Các cạnh bên của hình chóp đều tạo với mặt đáy các góc bằng nhau.

**Câu 33.** Cho hình lăng trụ tam giác đều  $ABC.A'B'C'$ . Xác định góc  $\alpha$  giữa hai mặt phẳng  $(AB'C'), (A'B'C')$ .

A.  $\alpha = \widehat{A'AC'}$ .

B.  $\alpha = \widehat{AB'A'}$ .

C.  $\alpha = \widehat{AC'A'}$ .

D.  $\alpha = \widehat{AMA'}$ ,  $M$  là trung điểm của  $B'C'$ .

**Câu 34.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Gọi  $I$  là trung điểm của cạnh  $AD$ . Kí hiệu  $d$  là khoảng cách từ  $I$  đến  $(AA'C'C)$ . Có bao nhiêu điểm  $M$  ( $M$  khác  $I$ ) thuộc các cạnh của hình lập phương đã cho có khoảng cách đến  $(AA'C'C)$  bằng  $d$ ?

A. 8.

B. 4.

C. 7.

D. 3.

**Câu 35.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có  $SA \perp (ABCD)$ , đáy  $ABCD$  là hình vuông cạnh  $a$  và  $SA = a\sqrt{2}$ . Tính khoảng cách  $d$  giữa hai đường thẳng  $AB$  và  $SC$ .

## B. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)

### DÀNH CHO CÁC LỚP 11A1, 11A2, 11A3, 11A4, 11A5, 11B1

**Câu 1:** (1,0 điểm) Chứng minh hàm số  $y = \cot\sqrt{x^2+1}$  thỏa mãn hệ thức  $y' \cdot \sqrt{x^2+1} + (1+y^2)x = 0$ .

**Câu 2:** (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ đứng tam giác  $ABC.A'B'C'$  có tất cả các cạnh đều bằng  $a$ . Gọi  $D$  và  $E$  lần lượt là trung điểm của các cạnh  $AC$  và  $B'C'$ . Tính các khoảng cách từ điểm  $E$  đến mặt phẳng  $(A'BD)$ .

**Câu 3:**

a) (0,5 điểm) Chứng minh phương trình  $(1-m)x^3 + (3m-1)x^2 - 4x + 4 - 3m = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số) luôn có ít nhất 2 nghiệm với mọi tham số  $m$ .

b) (0,5 điểm) Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để đồ thị hàm số  $y = \frac{x^2 + 2mx + 2m^2 - 1}{x - 1}$  ( $C_m$ )

cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và tiếp tuyến với  $(C_m)$  tại hai điểm này vuông góc với nhau.

### DÀNH CHO CÁC LỚP 11B2, 11C1, 11C2, 11D1, 11D2

**Câu 1:** (1,0 điểm) Cho các hàm số  $f(x) = \cos(x + \sqrt{x^2+1})$  và  $g(x) = \cos((x+1)^2)$ . Tính  $\frac{g'(0)}{f'(0)}$ .

**Câu 2:** (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ tam giác  $ABC.A'B'C'$  có đáy là tam giác đều cạnh  $a$ . Hình chiếu vuông góc của  $A'$  lên mặt phẳng  $(ABC)$  là trung điểm  $M$  của cạnh  $BC$ . Cạnh bên  $AA'$  tạo với mặt đáy  $(ABC)$  một góc  $60^\circ$ . Gọi  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng  $(AA'B'B)$  và  $(ABC)$ . Tính  $\tan \alpha$ .

**Câu 3:**

a) (0,5 điểm) Chứng minh rằng phương trình  $ax^2 + bx + c = 0$  (1) ( $x$  là ẩn số) luôn có nghiệm với  $a, b, c$  là các số thực khác 0, đồng thời thỏa mãn  $2a + 3b + 6c = 0$ .

b) (0,5 điểm) Cho hàm số  $y = \frac{2x-1}{x-1}$  có đồ thị là  $(C)$ . Viết phương trình tiếp tuyến  $\Delta$  của  $(C)$  sao cho  $\Delta$  cắt các trục  $Ox, Oy$  lần lượt tại các điểm  $A, B$  thỏa mãn  $OA = 4OB$ .

----- HẾT -----



**A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (7,0 điểm, mỗi câu 0,2 điểm)**

**Câu 1.** Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

- A.  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0$ .      B.  $\lim_{n \rightarrow \infty} n = 0$ .      C.  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n = 0$ .      D.  $\lim_{n \rightarrow \infty} c = 0$ .

**Câu 2.** Cho hai dãy số  $(u_n)$ ,  $(v_n)$  thỏa mãn  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 6$  và  $\lim_{n \rightarrow \infty} v_n = 3$ . Giá trị của  $\lim_{n \rightarrow \infty} (u_n - 2v_n)$  bằng

- A. 0.      B. 8.      C. -2.      D. 2.

**Câu 3.** Biết  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 2, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -2$ . Khẳng định nào sau đây **đúng**?

- A.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .      B.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2$ .      C.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 0$ .      D.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  không tồn tại.

**Câu 4.** Cho hai hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 1} g(x) = -\infty$ . Giá trị của  $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x) \cdot g(x)]$  bằng

- A.  $+\infty$ .      B.  $-\infty$ .      C. 2.      D. -2.

**Câu 5.**  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^{2020} - 2x^{2019} + 2021)$  bằng

- A.  $-\infty$ .      B.  $+\infty$ .      C. 1.      D. -1.

**Câu 6.** Hàm số  $y = \frac{4x+1}{x^3-2x}$  liên tục tại điểm nào trong các điểm sau ?

- A.  $x = -\sqrt{2}$ .      B.  $x = 0$ .      C.  $x = 2$ .      D.  $x = \sqrt{2}$ .

**Câu 7.** Giá trị của  $m$  sao cho hàm số  $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & \text{khi } x \neq 1 \\ 3x-m & \text{khi } x = 1 \end{cases}$  liên tục tại điểm  $x = 1$  là:

- A. -5.      B. 1.      C. -1.      D. 5.

**Câu 8.** Nếu  $f(x)$  và  $g(x)$  là các hàm số có đạo hàm và  $f'(x) = 2, g'(x) = 3x^2$  thì giá trị  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) + g(x) - f(2) - g(2)}{x - 2}$  bằng

- A. 12.      B. 0.      C. 14.      D. Không tồn tại.

**Câu 9.** Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm tại điểm  $x_0 = 2$ . Khi đó  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2f(x) - xf(2)}{x - 2}$  bằng

- A.  $f(2) - 2f'(2)$ .      B. 0.      C.  $f'(2)$ .      D.  $2f'(2) - f(2)$ .

**Câu 10.** Cho các hàm số  $f(x), g(x)$  thỏa mãn  $f(x) = g(x) + k$ , trong đó  $k$  là hằng số. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A.  $f'(x) = g'(x) + k$ .      B.  $f'(x) = g'(x)$ .      C.  $f(1) = g(1)$ .      D.  $f'(1) = g'(1) + k$ .

**Câu 11.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 + ax^2 + (3a-1)x + 3$  với  $a$  là hằng số. Đạo hàm  $f'(x)$  là:

- A.  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + 3a - 1$ .      B.  $f'(x) = 3x^2 + 2ax + 3a + 2$ .  
C.  $f'(x) = 3x^2 + 3a - 1$ .      D.  $f'(x) = x^2 + ax + 3a - 1$ .

**Câu 12.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sqrt{2x^2 + 5x + 4}$  là:

- A.  $y' = \frac{4x+5}{2\sqrt{2x^2+5x+4}}$ .      B.  $y' = \frac{4x+5}{\sqrt{2x^2+5x+4}}$ .

C.  $y' = \frac{2x+5}{2\sqrt{2x^2+5x+4}}$ .

D.  $y' = \frac{2x+5}{\sqrt{2x^2+5x+4}}$ .

**Câu 13.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{1}{2x^2+x+1}$  là:

A.  $\frac{4x+1}{(2x^2+x+1)^2}$ .

B.  $\frac{-(4x-1)}{(2x^2+x+1)^2}$ .

C.  $\frac{-1}{(2x^2+x+1)^2}$ .

D.  $\frac{-(4x+1)}{(2x^2+x+1)^2}$ .

**Câu 14.** Đạo hàm của hàm số  $y = \frac{2x-1}{3x+1}$  là:

A.  $y' = \frac{7}{(3x+1)^2}$ .

B.  $y' = \frac{-5}{(3x+1)^2}$ .

C.  $y' = \frac{5}{(3x+1)^2}$ .

D.  $y' = \frac{-7}{(3x+1)^2}$ .

**Câu 15.** Đạo hàm của hàm số  $y = x + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}$  là:

A.  $y' = 1 - \frac{1}{x^2} + \frac{4}{x^3}$ .

B.  $y' = 1 + \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^4}$ .

C.  $y' = 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{2}{x^4}$ .

D.  $y' = 1 - \frac{1}{x^2} - \frac{4}{x^3}$ .

**Câu 16.** Cho hàm số  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ . Đạo hàm của hàm số  $f(x)$  âm khi và chỉ khi:

A.  $0 < x < 2$ .

B.  $x < 1$ .

C.  $x < 0$  hoặc  $x > 1$ .

D.  $x < 0$  hoặc  $x > 2$ .

**Câu 17.** Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị hàm số  $f(x) = \frac{4}{x-1}$  tại điểm có hoành độ  $x_0 = -1$  là:

A.  $-2$ .

B.  $-1$ .

C.  $2$ .

D.  $1$ .

**Câu 18.** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan x$  là:

A.  $y' = -\frac{1}{\cos^2 x}$ .

B.  $y' = \frac{1}{\cos^2 x}$ .

C.  $y' = \cot x$ .

D.  $y' = -\cot x$ .

**Câu 19.** Cho hàm số  $f(x) = \sin 2x$ . Tính  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ .

A.  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3}$ .

B.  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -1$ .

C.  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 1$ .

D.  $f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\sqrt{3}$ .

**Câu 20.** Đạo hàm của hàm số  $y = \sin\left(\frac{3\pi}{2} - 4x\right)$  là:

A.  $-4 \cos 4x$ .

B.  $4 \cos 4x$ .

C.  $4 \sin 4x$ .

D.  $-4 \sin 4x$ .

**Câu 21.** Đạo hàm của hàm số  $y = 3 \sin 2x + \cos 3x$  là:

A.  $y' = 3 \cos 2x + \sin 3x$ .

B.  $y' = 6 \cos 2x - 3 \sin 3x$ .

C.  $y' = -6 \cos 2x + 3 \sin 3x$ .

D.  $y' = 3 \cos 2x - \sin 3x$ .

**Câu 22.** Cho hàm số  $f(x) = m \cdot \sin x + (m+1) \cos x$  với  $m$  là hằng số. Tính  $k = f'\left(\frac{\pi}{2}\right)$

A.  $k = -m - 1$ .

B.  $k = m + 1$ .

C.  $k = -1$ .

D.  $k = 2m + 1$ .

**Câu 23.** Đạo hàm của hàm số  $y = \tan x - \cot x$  là:

A.  $y' = \frac{1}{\cos^2 2x}$ .

B.  $y' = \frac{4}{\sin^2 2x}$ .

C.  $y' = \frac{4}{\cos^2 2x}$ .

D.  $y' = \frac{1}{\sin^2 2x}$ .

**Câu 24.** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = x^3 + 2x^2 + 4x + 5$  là:

A.  $y'' = 3x^2 + 4x + 4$ .

B.  $y'' = 6x + 4$ .

C.  $y'' = 3x^2 + 2x + 4$ .

D.  $y'' = 6x + 2$ .

**Câu 25.** Đạo hàm cấp hai của hàm số  $y = -\frac{1}{x}$  là:

A.  $y'' = \frac{2}{x^3}$ .

B.  $y'' = \frac{-2}{x^2}$ .

C.  $y'' = \frac{-2}{x^3}$ .

D.  $y'' = \frac{2}{x^2}$ .

**Câu 26.** Cho hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$ . Tìm giá trị của  $k$  thích hợp điền vào đẳng thức vectơ  $\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{D'D} - \overrightarrow{B'D'} = k\overrightarrow{BB'}$

- A.  $k = 2$ .                      B.  $k = 4$ .                      C.  $k = 1$ .                      D.  $k = 0$ .

**Câu 27.** Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Góc giữa hai đường thẳng bằng góc giữa hai vectơ chỉ phương của hai đường thẳng đó.  
 B. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $c$  thì  $b$  song song với  $c$ .  
 C. Góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn.  
 D. Góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $b$  bằng góc giữa hai đường thẳng  $a$  và  $c$  khi  $b$  song song với  $c$  (hoặc  $b$  trùng với  $c$ ).

**Câu 28.** Cho hình lập phương  $ABCD.A'B'C'D'$ . Góc giữa hai đường thẳng  $BA'$  và  $CD$  bằng:

- A.  $45^\circ$                       B.  $60^\circ$ .                      C.  $30^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 29.** Trong không gian, mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một mặt phẳng thì song song nhau.  
 B. Hai mặt phẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.  
 C. Hai đường thẳng phân biệt cùng vuông góc với một đường thẳng thứ ba thì song song nhau.  
 D. Một đường thẳng và một mặt phẳng (không chứa đường thẳng đã cho) cùng vuông góc với một đường thẳng thì song song nhau.

**Câu 30.** Cho hình chóp  $S.ABC$  có  $SA \perp (ABC)$  và  $\Delta ABC$  vuông ở  $B$ ,  $AH$  là đường cao của  $\Delta SAB$ . Khẳng định nào sau đây **sai**?

- A.  $SA \perp BC$ .                      B.  $AH \perp BC$ .                      C.  $AH \perp AC$ .                      D.  $AH \perp SC$ .

**Câu 31.** Cho tam giác  $ABC$  vuông cân tại  $A$  và  $BC = a$ . Trên đường thẳng qua  $A$  vuông góc với  $(ABC)$  lấy điểm  $S$  sao cho  $SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ . Số đo góc giữa đường thẳng  $SB$  và mặt phẳng  $(ABC)$  là:

- A.  $30^\circ$ .                      B.  $45^\circ$ .                      C.  $60^\circ$ .                      D.  $90^\circ$ .

**Câu 32.** Một chất điểm chuyển động có phương trình  $s(t) = t^3 - 3t^2 + 9t + 2$ , trong đó  $t > 0$ ,  $t$  tính bằng giây ( $s$ ) và  $s(t)$  tính bằng mét ( $m$ ). Tại thời điểm nào thì vận tốc của vật đạt giá trị nhỏ nhất?

- A.  $t = 1 s$ .                      B.  $t = 2 s$ .                      C.  $t = 3 s$ .                      D.  $t = 6 s$ .

**Câu 33.** Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình thoi và  $SB$  vuông góc với mặt phẳng  $(ABCD)$ . Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng  $(SBD)$ ?

- A.  $(SBC)$ .                      B.  $(SAD)$ .                      C.  $(SCD)$ .                      D.  $(SAC)$ .

**Câu 34.** Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

- A. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song là khoảng cách từ một điểm  $M$  bất kì trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia.  
 B. Nếu hai đường thẳng  $a$  và  $b$  chéo nhau và vuông góc với nhau thì đường vuông góc chung của chúng nằm trong mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa đường này và  $(\alpha)$  vuông góc với đường kia.  
 C. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau  $a$  và  $b$  là khoảng cách từ một điểm  $M$  thuộc  $(\alpha)$  chứa  $a$  và song song với  $b$  đến một điểm  $N$  bất kì trên  $b$ .

**D.** Khoảng cách giữa đường thẳng  $a$  và mặt phẳng  $(\alpha)$  song song với  $a$  là khoảng cách từ một điểm  $A$  bất kì thuộc  $a$  tới mặt phẳng  $(\alpha)$ .

**Câu 35.** Cho hình chóp tứ giác đều  $S.ABCD$ ,  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ . Đường cao của hình chóp  $S.ABCD$  là

- A.**  $SO$ .                      **B.**  $SB$ .                      **C.**  $SD$ .                      **D.**  $SA$ .

**B. PHẦN TỰ LUẬN (3,0 điểm)**

**DÀNH CHO CÁC LỚP 11A1, 11A2, 11A3, 11A4, 11A5, 11B1**

**Câu 1:** (1,0 điểm) Tính  $\lim \left( \sqrt{9^n - 2 \cdot 3^n} - 3^n + \frac{1}{2021} \right)$ .

**Câu 2:** (1,0 điểm) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy  $ABCD$  là hình vuông, tâm  $O$ . Biết  $SA \perp (ABCD)$  và  $SA = AB = a$ . Tính khoảng cách từ điểm  $O$  đến mặt phẳng  $(SCD)$ .

**Câu 3:**

a) (0,5 điểm) Cho hàm số  $y = \frac{2x}{x+1}$  ( $C$ ). Tìm các điểm  $M$  thuộc ( $C$ ) mà tiếp tuyến tại  $M$  của đồ thị ( $C$ ) cắt  $Ox, Oy$  lần lượt tại  $A, B$  sao cho diện tích tam giác  $S_{OAB} = \frac{1}{4}$  (với  $O$  là gốc tọa độ).

b) (0,5 điểm) Cho hàm số  $f: [0;1] \rightarrow [0;1]$  liên tục trên  $[0;1]$  và thỏa  $f(0) = f(1)$ . Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $n$  thì phương trình  $f(x) - f\left(x + \frac{1}{n}\right) = 0$  luôn có ít nhất một nghiệm thuộc đoạn  $[0;1]$ .

**DÀNH CHO CÁC LỚP 11B2, 11C1, 11C2, 11D1, 11D2**

**Câu 1:** (1,0 điểm) Cho hàm số  $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 1}$ . Giải phương trình:  $2x \cdot f'(x) = f(x)$ .

**Câu 2:** (1,0 điểm) Cho hình chóp  $S.ABCD$  có đáy là hình vuông cạnh  $a$ ,  $SA = a$  và  $SA \perp (ABCD)$ . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $SC$  và  $AD$ .

**Câu 3:**

a) (0,5 điểm) Cho hàm số:  $y = mx^3 + mx^2 + m(m-1)x + 2$ . Tìm tất cả các giá trị của tham số  $m$  để bất phương trình  $y' \geq 0$  luôn nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

b) (0,5 điểm) Tính  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 \cdot \sqrt{x^2 + 3x + 5} - 8\sqrt{15}}{x - 2}$ .

----- **HẾT** -----